

# Algèbre de Boole

L'utilisation de booléens est assez courante (en particulier dans l'informatique), elle a créé une branche de mathématiques dédiée à cette problématique. Ensemble de l'arithmétique que l'on peut utiliser sur des bool, permet de simplifier ou réécrire des calculs, de démontrer une proposition.

## Algèbre de Boole

base : booléen, VRAI ou FAUX. En C++, avec bool et true/false

Opérateurs (déjà vu) :

- ET (conjonction) avec && en C++ (on écrit parfois .)
- OU (disjonction) avec || en C++ (on écrit parfois +)
- NÉGATION avec ! en C++

Propriétés :

- commutativité :  $a \ \&\& \ b \ == \ b \ \&\& \ a$ ;  $a \ || \ b \ == \ b \ || \ a$
- associativité :  $(a \ \&\& \ b) \ \&\& \ c \ == \ a \ \&\& \ (b \ \&\& \ c)$ ;  $(a \ || \ b) \ || \ c \ == \ a \ || \ (b \ || \ c)$
- distributivité :  $(a \ \&\& \ b) \ || \ c \ == \ (a \ || \ c) \ \&\& \ (b \ || \ c)$ ;  $(a \ || \ b) \ \&\& \ c \ == \ (a \ \&\& \ c) \ || \ (b \ \&\& \ c)$
- idempotence :  $a \ \&\& \ a \ \&\& \ a \ == \ a$ ;  $a \ || \ a \ || \ a \ == \ a$
- éléments neutres :  $a \ \&\& \ true \ == \ a$ ;  $a \ || \ false \ == \ a$
- absorption :  $a \ \&\& \ false \ == \ false$ ;  $a \ || \ true \ == \ true$
- complémentarité :  $a \ == \ !a$ ;  $a \ \&\& \ !a \ == \ false$ ;  $a \ || \ !a \ == \ true$

## Table de Karnaugh

Permet de simplifier graphiquement des expressions booléennes

[http://fr.wikipedia.org/wiki/Table\\_de\\_Karnaugh](http://fr.wikipedia.org/wiki/Table_de_Karnaugh)

## Lois de Morgan

Deux lois permettent de simplifier des expressions booléennes de façon formelle.

- $!(a \ \&\& \ b) == !a \ || \ !b$
- $!(a \ || \ b) == !a \ \&\& \ !b$

Autres fonctions logiques classiques

- NOR
- NAND
- XNOR
- OU exclusif :  $a \ \text{XOR} \ b == (a \ \&\& \ !b) \ || \ (!a \ \&\& \ b)$

## Exercices

Il est possible d'écrire des opérations logiques complexes, à 2 ou plus arguments, avec les opérateurs de base NON, ET, OU et OU EXCLUSIF.

- Ecrire les séries suivantes : ???
- En particulier, NON-ET permet de réécrire tous les autres opérateurs. Le faire.
- multiplexer
- additionner
- soustracteur
- multiplicateur

<a href="#">Chapitre précédent</a>	<a href="#">Sommaire principal</a>	<a href="#">Chapitre suivant</a>
------------------------------------	------------------------------------	----------------------------------

Cours, C++